 doi 10.3969/j.issn.1673-4254.2015.10.15 J South Med Univ, 2015, 35(10): 1446-1450

技术方法

一种结合低秩与稀疏惩罚的PET动态图像重建方法

魏夏平[1,3],江学文[2],马晓勉[1],路利军[1]
[1]南方医科大学生物医学工程学院,广东 广州 510515;[2]烟台毓璜顶医院核医学科,山东 烟台 264000;[3]广东省人民医院//广东省医学科学院肿瘤中心放疗科,广东 广州 510080

摘要:目的 提出一种结合低秩与稀疏惩罚的PET动态图像重建方法(L&S)。**方法** 建立L&S重建模型,利用split Bregman法来最优化求解代价函数。采用单房室模型仿真一套PET心肌82Rb灌注图像,将L&S重建方法与最大似然期望值法(MLEM)、低秩惩罚和稀疏惩罚重建方法比较。**结果** L&S方法重建的图像的均方误差(MSE)最小,并且保留了更多图像特征。另外L&S重建得到的靶心图和参考组的靶心图最相近。**结论** L&S重建方法无论是在直观视觉上,还是定量分析上都优于另外3种方法。

关键词:低秩;稀疏;重建;心肌灌注

Reconstruction of dynamic positron emission tomographic images by exploiting low rank and sparse penalty

WEI Xiaping[1, 3], JIANG Xuewen[2], MA Xiaomian[1], LU Lijun[1]
[1]School of Biomedical Engineering, Southern Medical University, Guangzhou 510515, China; [2]Department of Nuclear Medicine, Yantai Yuhuangding Hospital, Yantai 264000, China; [3]Department of Radiology, Cancer Center, Guangdong General Hospital/Guangdong Academy of Medical Science, Guangzhou 510080, China

Abstract: Objective To propose a new method for dynamic positron emission tomographic (PET) image reconstruction using low rank and sparse penalty (L&S). **Methods** The L&S reconstruction model was established and the split Bregman method was used to solve the optimal cost function. The one-tissue compartment model was used to simulate a set of PET 82Rb myocardial perfusion image. The L&S reconstruction method was compared with maximum likelihood expectation maximization (MLEM) method, low-rank penalty method and sparse penalty method. **Results** The L&S reconstruction method had the smallest MSE and well maintained the feature information. The polar map created by L&S method was the most similar with the reference actual polar map. **Conclusion** L&S reconstruction method is better than the other three methods in both visual and quantitative analysis of the PET images.

Key words: low rank; sparse; reconstruction; myocardial perfusion

与传统的SPECT心肌成像相比,PET心肌灌注成像可以提高诊断准确性,更好地确认病灶位置,还能定量分析心脏血流[1-2]。尤其是PET动态心肌灌注成像还能测量心肌区域放射性药物的生物分布[3-4],这就使得估计动力学参数[例如示踪剂输送速率参数K_1和心肌血流量(MBF)]变得非常有意义。然而,PET动态心肌灌注成像主要还处于研究阶段,临床上还缺乏应用。主要的问题是将数据细分到短帧时,会带入噪声,从而影响心肌绝对血流的定量。传统上,标准的动态PET成像由单独的帧独立重建得到,然后在体素或ROI水平上运用动力学模型得到时间活度曲线(TAC)。独立图像重建主要靠统计图像重建方法实现,例如最大似然期望值法(MLEM)[5]。然而,当在低计数情况下,直接采用MLEM算法方差很大[6]。而且方差还会随着采样间隔的增大而增大。有人提出利用PET图像的稀疏特性的重建算法[7]。例如在PET动态图像重建中加入全变分正则约束。这种方法不论是在图像空间[8-9],还是在测度空间[10]上都得到了应用。另外多维小波去噪可以恢复隐藏在动态PET图像中的生物信号保真度,从而准确的定量心肌灌注。学者Su和Shoghi在2008提出小波降噪技术[11],它对噪声敏感度低,在高噪声水平下可以提供更加准确的参数估计。

最近,有研究者提出了利用矩阵的低秩性质恢复图像。该研究首先在动态核磁共振成像[12-13]上受到关注,学者Lingala等[14-15]将其与稀疏先验结合分别运用到磁共振图像的恢复和重建上。在动态PET心肌灌注成像上,连续的图像之间有高度相关的冗余信息,这使得图

收稿日期:2015-04-06
基金项目:国家自然科学基金(81501541);广东省自然科学基金(2014A030310243);教育部高等学校博士学科专项科研基金(20134433120017);广东省医学科研基金(B2014240)
Supported by National Natural Science Foundation of China (81501541).
作者简介:魏夏平,硕士研究生,E-mail: wei-xia-ping@163.com
通信作者:路利军,博士,讲师,E-mail: ljlubme@gmail.com

像矩阵有很好的低秩性。另外在图像某些部分，含有血流灌注信息，这部分是稀疏的。因此，本文在动态PET心肌灌注成像上提出一种结合低秩与稀疏惩罚的重建方法(L&S)。我们利用split Bregman算法求解凸最优化问题，并利用真实的PET心肌^{82}Rb灌注成像来最优化正则化参数。我们在成像视觉上和信噪比上对L&S方法做了评估。同时我们将该算法与传统的MLEM算法以及单独利用稀疏或低秩惩罚的算法进行了比较。

1 材料和方法

1.1 动态^{82}RbPET心肌灌注仿真数据

在我们的仿真研究中，我们选用单房室模型，如图1所示，其中K_1(mL/min/g)，k_2(1/min)为2个标准的动力学参数。左边红色框内的是动脉血，右边蓝色框内的是心肌组织，放射示踪物以K_1的速率从动脉血进入心肌组织，并以反馈速率k_2从心肌组织流回动脉血[16-17]。

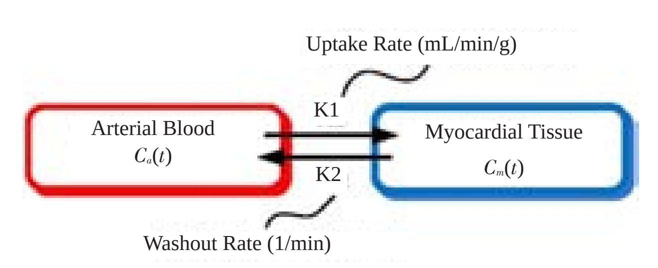


图1 动态^{82}Rb PET心肌灌注单房室模型

Fig.1 One-tissue compartment model for kinetic modeling of ^{82}Rb MP PET imaging.

这两个速率常数与动脉和心肌组织中的放射性活度成线性相关。动态过程可以通过如下方程描述：

$$\frac{dC_m(t)}{dt}=K_1C_a(t)-k_2C_m(t) \qquad (1)$$

其中$C_a(t)$和$C_m(t)$分别是动脉血和心肌中^{82}Rb的浓度。通过测定左心室(LV)中心一小区域的^{82}Rb的浓度获得$C_{LV}(t)$，这是一种非侵入方法，几乎可以完全恢复动脉输入曲线，并最大限度减少心肌溢出($C_a(t)=C_{LV}(t)$)。而且，如果定义F_a为组织中的血浆体积分数，那么心肌中的放射示踪物浓度可以表示成：

$$C(t)=F_aC_a(t)+(1-F_a)C_m(t) \qquad (2)$$

其中，F_a是0至1之间的实数，代表整个血液中的体积分数，包括：

(a)由于PET采样时的部分容积效应从血池进入心肌的

(b)肌肉中的动脉血

对方程(1)和(2)求解可以得到如下结果:

$$C(t)=F_aC_a(t)+(1-F_a)K_1e^{-k_2t}\otimes C_a(t) \qquad (3)$$

其中，⊗是卷积算子。

首先为多个区域(心肌，肺等)各自估计K_1，k_2常数和F_a，然后求其平均值。动脉血放射示踪物浓度$C_a(t)$通过计算动脉血采样的平均值得到。利用XCAT体模[18]，根据(3)式便可以生成一套动态PET心肌灌注图像。如图2所示，图2A给出了K_1参数图像，图2B为采用单房室模型产生的时间活度曲线(TAC)。我们在2 min内采样10帧(10×12 s)，这是心肌灌注PET成像的常规采样协议。

1.2 PET仿真断层成像

我们仿真了GE的RX PET/CT scanner型号扫描器[19]。仿真器产生无噪声投影数据，该数据经过放大，添加泊松噪声达到真实的临床噪声水平。仿真过程考虑了衰减，正则化的影响，这些影响都包含入了再重建过程。将得到的数据分别采用MLEM、低秩惩罚、稀疏惩罚和L&S四种方法重建。其中MLEM算法，经过63次迭代得到(等于用OSME算法，21个子集，3次迭代重建[19])的动态图像是128×128×47的三维矩阵，体像素大小为3.27 mm×3.27 mm×3.27 mm。

1.3 低秩矩阵的恢复

将低秩矩阵X从观测矩阵M恢复的问题，如(4)式所示，其中M是包含误差E的矩阵($M=X+E$)。

$$\min_X \frac{1}{2}\|X-M\|_F^2+\lambda rank(X) \qquad (4)$$

其中$rank(X)$代表矩阵X的秩，$\|\cdot\|_F$为F-范数，λ是超参数，用来平衡第一项(保真项)和第二项(惩罚项)。直接求(4)式中目标函数的极小值是很困难的，因为里面包含秩惩罚。为了简化计算，将秩惩罚用核范数$\|X\|_*$表示，

$$\|X\|_*=\sum_i\sigma_i \qquad (5)$$

其中σ_i是矩阵X的奇异值。经过这样的松弛处理，低秩矩阵X的恢复可以简化为：

$$\min_X \frac{1}{2}\|X-M\|_F^2+\lambda\|X\|_* \qquad (6)$$

1.4 L&S模型重建PET动态灌注图像

对于PET动态心肌灌注成像，令x^t表示第t帧图像的示踪剂活度，$t=1,2,...T$，T是动态图像总帧数，x_j^t表示第t帧第j个体素的示踪剂活度，$j=1,2,...N$，N为体素的总个数。由此，我们可以构造矩阵：

$$X=\begin{pmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \cdots & x_1^T \\ x_2^1 & x_2^2 & \cdots & x_2^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N^1 & x_N^2 & \cdots & x_N^T \end{pmatrix} \qquad (7)$$

其中，$X\in R^{N\times T}$代表所有的动态帧图像。矩阵X的每一列表示相应帧图像的示踪剂活度，每一行表示对应体素的时间活度曲线(TAC)。矩阵X实际上是背景部分和动态部分的叠加。背景部分代表帧或区域之间高度相

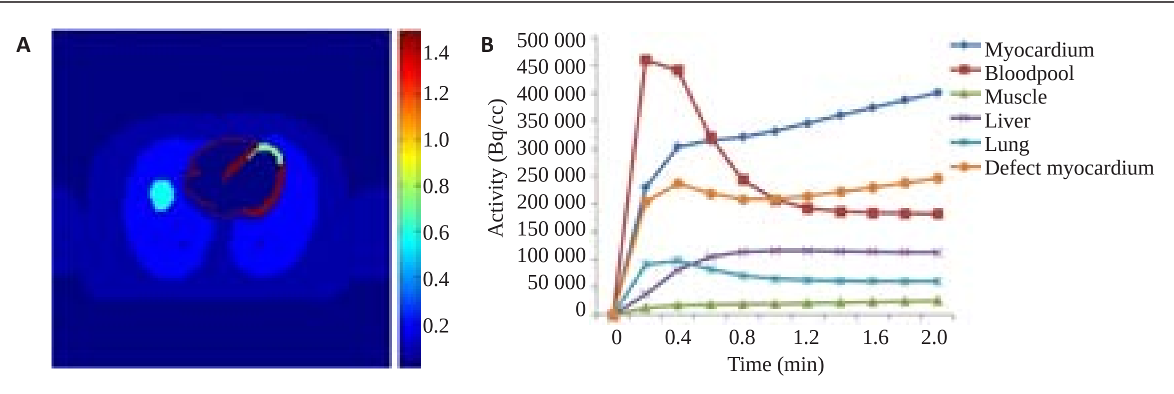


图2 K_1参数图像和采用单房室模型产生的时间活度曲线(TAC)

Fig.2 K_1 parametric image(*A*) and TACs generated using one-tissue compartmental model(*B*).

关的部分(例如肌肉组织和肺),这部分的示踪剂活度随时间变化缓慢,可以将其看作低秩部分(L)。动态部分代表帧或区域之间变化的部分(例如心肌和血池),这部分的示踪剂活度随时间快速变化,是稀疏的(S)。因此我们在动态PET心肌灌注成像上同时引入低秩和稀疏惩罚,即L&S模型。求解过程可以表示成对一个凸优化问题的求解[14-15]。

$$\min_X \frac{1}{2} // X - M //_F^2 + \mu_L \phi(X) + \mu_s \varphi(X) \tag{8}$$

其中,μ_L 和 μ_s 是相关的正则化参数,$\phi(X)$是是谱惩罚项,将其用p-范数表示,定义为$\phi(X) = (\sum_i \sigma_i{}^p)^{\frac{1}{p}}$,用来惩罚小的奇异值。当$p<1$时,该惩罚项为非凸的范数,例如Lingala选择p=0.1的谱惩罚[14]。这里,我们选择$p=1$,将其简化为核范数。$\varphi(X)$定义表示时间空间的全变分项,也就是矩阵在x,y,t方向的梯度的1-范数,通过有限差分估计,定义如下:

$$\varphi(X) = \left\| \left(\sum_{i=0}^{2} \left| \Phi_i^T X \Psi_i \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_1 \tag{9}$$

其中,$\Phi_0 = D_x$, $\Phi_1 = D_y$, $\Phi_2 = I$, $\Psi_0 = I$, $\Psi_2 = D_t$,I是单位矩阵,D_x, D_y, D_t是分别沿x,y,t方向的有限差分。

1.5 最优化方法

本文采用split Bregman法[20-21]来最优化(8)式中的代价函数,它本质上来说是一种增广拉格朗日法。(8)式中代价函数的求解可以通过下列迭代实现:

$$X^{k+1} = \arg\min \left\| X - M + Z^k \right\|_F^2 + \beta_1 \left\| X - E^k + L^k \right\|_F^2 + \beta_2 \sum_{i=0}^{2} \left\| \Phi_i^T X \Psi_i - S_i^k + V_i^k \right\|_F^2 \tag{10}$$

$$E^{k+1} = \arg\min \left\| X^{k+1} + L^k - E \right\|_F^2 + 2\mu_L/\beta_1 \left\| E \right\|_* \tag{11}$$

$$S^{k+1} = \arg\min \sum_{i=0}^{2} \left\| \Phi_i^T X^{k+1} \Psi_i - S_i + V_i^k \right\|_F^2 + 2\mu_s/\beta_2 \left\| \left(\sum_{i=0}^{2} \left\| S_i \right\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_1, i = 0,1,2 \tag{12}$$

$$L^{k+1} = L^k + X^{k+1} + E^{k+1} \tag{13}$$

$$V_i^{k+1} = V_i^k + \Phi_i^T X^{k+1} \Psi_i - S_i^{k+1}; i = 0,1,2. \tag{14}$$

$$Z^{k+1} = Z^k + X^{k+1} - M \tag{15}$$

2 结果

为比较前面提到的不同重建方法的效果,我们比较了定量评价标准。均方误差定义为:

$$MSE_{ROI} = Bias_{ROI}^2 + \mathrm{Var}_{ROI} \tag{16}$$

其中,

$$Bias_{ROI}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N} (\overline{x}_j - x_j^{true})^2}{\sum_{j=1}^{N} (x_j^{true})^2} \tag{17}$$

$$\mathrm{Var}_{ROI} = \frac{1}{R} \frac{\sum_{r=1}^{R} \sum_{j=1}^{N} (x_j^r - \overline{x}_j)^2}{\sum_{j=1}^{N} (x_j^{true})^2} \tag{18}$$

R是方差实现的总数(我们的仿真中R=30),N是ROI中的体素个数,$\bar{x}_j = \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} x_j^r$代表PET图像在第$j$个体素点的总平均值,$x_j^r$代表在指定ROI第$j$个体素经过r次重建,$x_j^{true}$代表参考组中第$j$个体素点的真实的PET图像值。为了比较不同重建算法的性能,对每一帧动态图像计算其均方误差(MSE),如图3所示,横坐标是帧,纵坐标是每个重建算法对应的帧的MSE。从图中可以明显地看出MLEM方法每一帧图像的MSE值都明显大于其它3种算法。采用低秩惩罚(L)重建的图像的MSE要小于采用稀疏惩罚(S)重建的图像的MSE。我们提出的L&S方法重建的图像的MSE是所有方法中最小的。

为了提供直接视觉比较,图4是给出了上述4种算法重建的图像。这些图像是4D动态PET心肌图像第26层断层图像的第10帧。从图中可以清楚地看到MLEM算法与稀疏惩罚(S)大幅增加了噪声水平,低秩惩罚(L)和L&S方法明显降低了噪声水平。与低秩惩罚(L)重建相比,L&S重建保留了更多图像特征。

此外,为了评价心肌缺损,我们还生成了左心室靶心图[22]。我们采用美国心脏协会的17段模型,它更适合评价室壁运动和心肌灌注[23]。图5显示了不同重建算法得到的第10帧图像的17段靶心图。通过比较,我们可以发现L&S方法生成的靶心图的和参考组的真实靶心图最相近。我们可以清楚地看到与其它重建方法

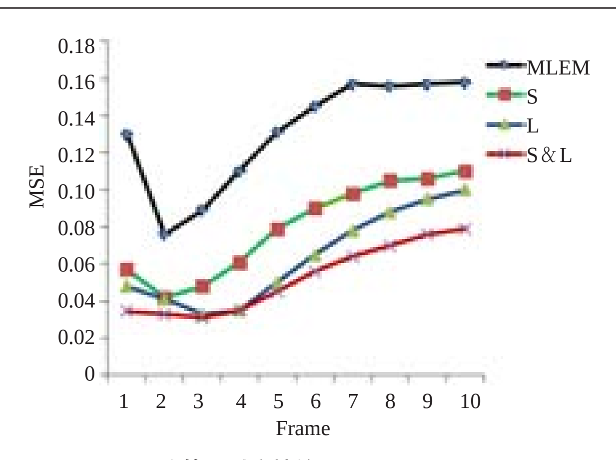


图3 不同重建算法对应帧的MSE

Fig.3 Plots of MSE vs frame number for reconstructed images by MLEM (black), sparse penalty(green), Low rank penalty (blue) and L&S (red) algorithm.

相比,L&S重建图像的靶心图无论是在正常心肌区域的还是缺损部分,与参考靶心图的偏差都最小。

3 讨论

本文提出了一种结合低秩与稀疏惩罚的(L&S)动态PET心肌灌注图像的重建方法。该方法可以表述为一个凸最优化问题。我们采用split Bregman算法求解这个问题。我们用单房室模型仿真了一套动态PET心肌灌注图像,利用真实的动态PET心肌灌注成像来最优化正则化参数。本文提出的L&S重建算法得到的每帧动态图像的MSE是前面提到的算法中最小的。L&S重建不仅降低了图像噪声,而且保留了更多图像特征。此外比较不同算法重建的图像的靶心图,可以发现L&S方法生成的靶心图的灰度值和参考组的真实靶心图最相近,无论是在正常心肌区域的还是缺损部分,与参考靶心图的偏差都最小。

总之,我们提出的L&S重建算法得到的图像,无论是在直观视觉上,还是定量分析上都优于另外3种方法。

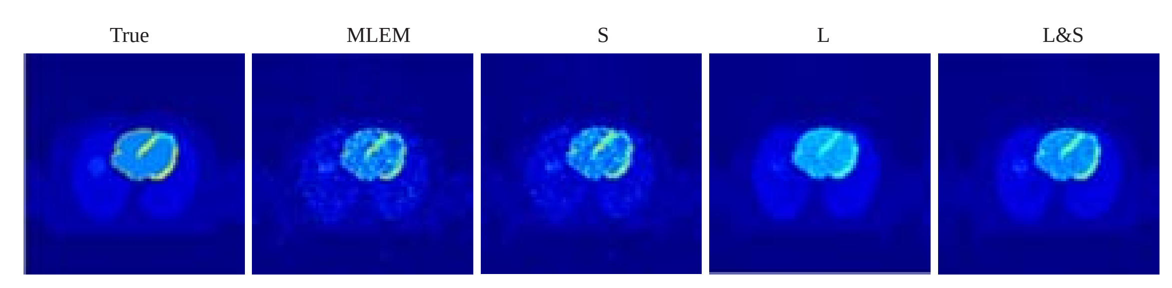


图4 从左到右依次是真实图像(True)以及通过MLEM,稀疏惩罚(S)、低秩惩罚(L)和L&S重建得到的图像

Fig.4 Raw image and reconstructed images by MLEM, sparse penalty, low rank penalty and L&S algorithm.

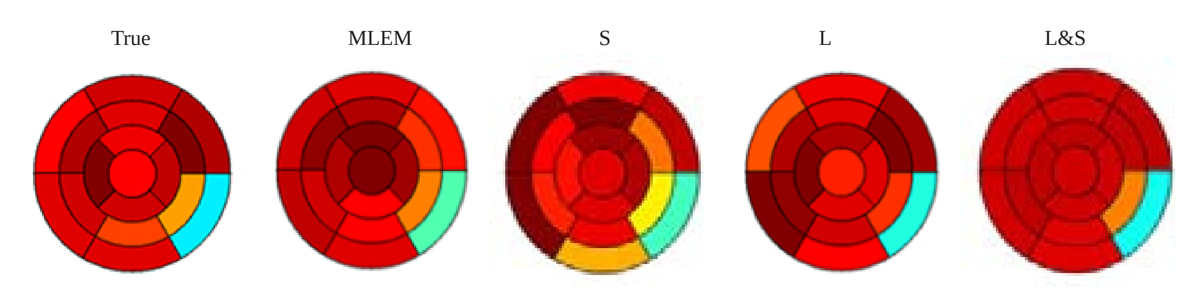


图5 从左到右依次是真实图像(True)的靶心图以及通过MLEM,稀疏惩罚(S)、低秩惩罚(L)和L&S算法重建得到的图像的靶心图

Fig.5 Polar map of the raw image and reconstructed images by MLEM, sparse penalty, Low rank penalty and L&S algorithm. All the polar maps were shown in the same color bar.

参考文献:

[1] Sampson UK, Dorbala S, Limaye A, et al. Diagnostic accuracy of rubidium-82 myocardial perfusion imaging with hybrid positron emission tomography/computed tomography in the detection of coronary artery disease[J]. J Am Coll Cardiol, 2007, 49(10): 1052-8.

[2] Bateman TM, Heller GV, Mcghie AI, et al. Diagnostic accuracy of rest/stress ECG-gated Rb-82 myocardial perfusion PET: comparison with ECG-gated Tc-99m sestamibi SPECT[J]. J Nucl Cardiol, 2006, 13(1): 24-33.

[3] Coxson PG, Huesman RH, Borland L. Consequences of using a simplified kinetic model for dynamic PET data[J]. J Nucl Med, 1997, 38(4): 660-7.

[4] El Fakhri G, Sitek A, Guérin B, et al. Quantitative dynamic cardiac 82Rb PET using generalized factor and compartment analyses[J]. J Nucl Med, 2005, 46(8): 1264-71.

[5] Mumcuoğlu EU, Leahy RM, Cherry SR. Bayesian Reconstruction of PET images: methodology and performance analysis[J]. Phys Med Biol, 1996, 41(9): 1777-807.

[6] Reader AJ, Zaidi H. Advances in PET image Reconstruction[J]. PET Clin, 2007, 2(2): 173-90.
[7] Shidahara M, Ikoma Y, Kershaw J, et al. PET kinetic analysis: wavelet denoising of dynamic PET data with application to parametric imaging[J]. Ann Nucl Med, 2007, 21(7): 379-86.
[8] Wang CY, Hu ZH, Shi PC, et al. Low dose PET Reconstruction with total variation regularization[C]//2014 36TH Annual international conference of the ieee engineering in medicine and biology society (EMBC), 2014: 1917-20.
[9] Mehranian A, Rahmim A, Ay MR, et al. An ordered-subsets proximal preconditioned gradient algorithm for total variation regularized PET image Reconstruction [C]//Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, 2012: 3375-82.
[10] Burger M, Mueller J, Papoutsellis E, et al. Total variation regularization in measurement and image space for PET Reconstruction[J]. Inverse Probl, 2014, 30(10): 105003.
[11] Su Y, Shoghi KI. Wavelet denoising in voxel-based parametric estimation of small animal PET images: a systematic evaluation of spatial constraints and noise reduction algorithms[J]. Phys Med Biol, 2008, 53(21): 5899-915.
[12] Zhao B, Haldar JP, Brinegar C, et al. Low rank matrix recovery for real-time cardiac mri[C]//2010 7TH ieee international symposium on biomedical imaging: From Nano To Macro, 2010: 996-9.
[13] Haldar JP, Liang ZP. Spatiotemporal imaging with partially separable functions: a matrix recovery approach[C]//2010 7TH ieee international symposium on biomedical imaging: From Nano To Macro, 2010: 716-9.
[14] Lingala SG, Hu Y, Dibella E, et al. Accelerated dynamic MRI exploiting sparsity and low-rank structure: k-t SLR[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2011, 30(5): 1042-54.
[15] Zhao B, Haldar JP, Christodoulou AG, et al. Image Reconstruction from highly undersampled (k, t)-space data with joint partial separability and sparsity constraints[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2012, 31(9): 1809-20.
[16] Rahmim A, Tang J, Mohy-Ud-Din H. Direct 4D parametric imaging in dynamic myocardial perfusion PET[J]. Frontiers in Biomedical Technologies, 2014, 1(1): 4-13.
[17] Mohy-Ud-Din H, Karakatsanis NA, Lodge MA, et al. Parametric myocardial perfusion PET imaging using physiological clustering [C]. Proc of Spie, 2014, 9038: 1-11.
[18] Segars WP, Mahesh M, Beck TJ, et al. Realistic CT simulation using the 4D XCAT phantom[J]. Med Phys, 2008, 35(8): 3800-8.
[19] Kemp BJ, Kim C, Williams JJ, et al. NEMA NU 2-2001 performance measurements of an LYSO-based PET/CT system in 2D and 3D acquisition modes[J]. J Nucl Med, 2006, 47(12): 1960-7.
[20] Osher S, Burger M, Goldfarb D, et al. An iterative regularization method for total variation-based image restoration[J]. Multiscale Modeling Simulation, 2005, 4(2): 460-89.
[21] Goldstein T, Osher S. The split bregman method for L1-Regularized problems[J]. SIAM J Imaging Sci, 2009, 2(2): 323-43.
[22] Cerqueira MD, Weissman NJ, Dilsizian V, et al. Standardized myocardial segmentation and nomenclature for tomographic imaging of the heart. A statement for healthcare professionals from the Cardiac Imaging Committee of the Council on Clinical Cardiology of the American Heart Association[J]. Circulation, 2002, 105(4): 539-42.
[23] Lin GS, Hines HH, Grant G, et al. Automated quantification of myocardial ischemia and wall motion defects by use of cardiac SPECT polar mapping and 4-dimensional surface rendering[J]. J Nucl Med Technol, 2006, 34(1): 3-17.

（编辑：孙昌朋）